ALGEBRA DE MATRICES

MATRICES

DEFINICIONES

Matriz

elemento
fila
columna
diagonal principal
diagonal secundaria
dimensión
orden

Tipos de matrices

matriz fila
matriz columna
matriz cuadrada
matriz nula
matriz diagonal
matriz escalar
matriz unidad (identidad)
matriz triangular superior
matriz triangular inferior

Matrices iguales

"Dos matrices son iguales cuando tienen los mismos elementos y en los mismos lugares y sólo en ese caso"

OPERACIONES

Matrices iguales

Trasposición

Matriz traspuesta

matriz simétrica

matriz hemisimétrica

SUMA

Suma de matrices

PROPIEDADES

Interna
Asociativa
Neutro
Simétrico
Conmutativa

Matriz opuesta

TEOREMA

"El conjunto de todas las matrices de una dimensión dada con la operación suma tiene estructura de grupo abeliano"

PRODUCTO DE UNA MATRIZ POR UN NÚMERO

Producto de una matriz por un número

PROPIEDADES

k(A+B) = kA + kB
(k + r) A = kA + rA
k(rA) = (kr)A
1.A = A

TEOREMA

"El conjunto de todas las matrices de una dimensión dada con las operaciones suma y producto por un número tiene estructura de espacio vectorial"

PRODUCTO DE MATRICES

Producto de matrices

PROPIEDADES

Interna
Asociativa
Neutro
Conmutativa
Distributiva respecto de la suma

Matriz inversa

Matriz regular
Matriz singular

TEOREMA

"El conjunto de todas las matrices cuadradas de un orden dado con las operaciones suma y producto de matrices tiene estructura de cuerpo conmutativo"

NOTAS

No siempre puede efectuarse el producto de matrices: Es necesario que el nº de columnas de la primera matriz coincida con el nº de filas de la segunda.
El producto de matrices no es conmutativo. En consecuencia hay muchas fórmulas análogas a las de los números que aquí no son ciertas.
No todas las matrices tienen inversa.

RANGO DE UNA MATRIZ

OPERACIONES ELEMENTALES EN UNA MATRIZ

Cambiar entre sí dos líneas (filas o columnas).
Multiplicar una línea por un nº distinto de cero.
Sumar a una línea otra paralela multiplicada por un nº

RANGO DE UNA MATRIZ

El rango de una matriz triangular es igual al nº de lineas no nulas
Cuando se puede pasar de una matriz a otra por medio de operaciones elementales, ambas tienen el mismo rango.
Para calcular el rango de una matriz obtenemos una equivalente triangular

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Expresión matricial de un sistema de ecuaciones

Matriz de los coeficientes
Matriz de las incógnitas
Matriz de los términos independientes
Matriz ampliada

Sistema compatible

Sistema determinado
Sistema indeterminado

Sistema incompatible

Sistemas equivalentes

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO DE GAUSS

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales se busca un sistema equivalente cuya matriz sea triangular.

TEOREMA DE ROUCHÉ-FRÖEBENIUS

Un sistema de ecuaciones lineales es compatible si y sólo si el rango de la matriz de los coeficientes coincide con el *rango de la matriz ampliada. Si además ese rango coincide con el nº de incógnitas, el sistema es determinado.*

MÉTODO DE LA MATRIZ INVERSA

Si la matriz de los coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales tiene inversa, puede resolverse el sistema multiplicando esa matriz inversa por la matriz de los términos independientes.

DETERMINANTES

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ CUADRADA

Orden 2

Orden 3

Orden n

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

1) - 10)

CÁLCULO DE DETERMINANTES

Método de Gauss

Método de los menores

Menor complementario

Adjunto de un elemnto

Desarrollo de un determinante

APLICACIONES DE LOS DETERMINANTES

Cálculo del rango de una matriz

Cálculo de la matriz inversa

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Regla de Cramer

ESPACIOS VECTORIALES

APLICACIONES DEL ESTUDIO DE LAS MATRICES

Sistemas de ecuaciones lineales

Programación lineal

Movimientos en el plano y el espacio

Traslación

Giro

Homotecia

Semejanza

Programación de ordenadores

Matrices y bases de datos